

压力控制的圆孔扩张数值模拟分析

韩文君¹, 刘松玉¹, 章定文¹, 顾沉颖²

(1. 东南大学 岩土工程研究所, 南京 210096; 2. 上海隧道工程股份有限公司技术中心, 上海 200233)

摘 要: 受沉积历史的影响, 实际工程中土体的初始应力往往呈各向异性, 此时传统圆孔扩张理论的假定条件不再成立, 故其适用性也受到限制。借助于 FLAC 有限差分数值软件, 建立了以压力为圆孔扩张边界的二维圆孔扩张模型, 从圆孔的变形、孔周土屈服范围、圆孔扩张产生的超静孔水压力分布等方面进行分析, 获得在初始应力各向异性的条件下压力控制圆孔扩张过程土体响应规律。计算分析结果表明, 初始应力各向异性时, 压力控制的圆孔扩张孔口径向位移、塑性区分布、超静孔隙水压力影响范围各个方向不相等; 塑性区的分布具有明显的方向性, 塑性区最大半径位于孔周土体初始大主应力方向上, 并且其值比在相同的扩张压力作用下各向同性初始应力条件下的塑性区半径大, 因此传统的初始等应力条件下位移控制的圆孔扩张理论用于分析各向异性初始应力的工程是偏于不安全的。

关 键 词: 圆孔扩张; 压力控制; 各向异性初始应力; 数值模拟

中图分类号: TU 411.3

文献标识码: A

Numerical simulation of pressure-controlled cavity expansion

HAN Wen-jun¹, LIU Song-yu¹, ZHANG Ding-wen¹, GU Chen-yin²

(1. Institute of Geotechnical Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China;

2. Technology Center, Shanghai Tunnel Engineering Co., Ltd., Shanghai 200233, China)

Abstract: The traditional cavity expansion theory, which is based on the isotropic initial stress in soil layer, could not be used to the situation with anisotropic initial stress in soil layer. A two-dimensional undrained numerical model is conducted to simulate the pressure-controlled cavity expansion process with anisotropic initial stress. Through analyzing the cavity shape, the distribution of plastic zone and excess pore water pressure, the characters of the pressure-controlled cavity expansion with anisotropic initial stress is obtained. The results indicate that the radial displacement, plastic zone and excess pore water pressure around the cavity is not equal in all directions in case of pressure-controlled cavity expansion with anisotropic initial stress, which is different with the traditional cavity expansion. The results also show that the plastic zone of cavity expansion with anisotropic initial stress is larger than that of cavity expansion with isotropic initial stress. It is concluded that it would be unsafe if the traditional cavity expansion theory based on the isotropic initial stress supposition is used to analyze projects with anisotropic initial stress.

Key words: cavity expansion; pressure control; anisotropic initial stress; numerical simulation

1 引 言

圆孔扩张理论最早于 1945 年由 Bishop 等提出用于解决金属压痕问题, 此后 Gibson 等于 1961 年将其应用于岩土力学问题中, Vesic 总结了球形孔和柱形孔的扩张问题的解答, 将圆孔扩张理论推广到可压缩土体, 自此以后圆孔扩张理论得到了快速发展^[1-2]。圆孔扩张理论在岩土工程中已经广泛地应用于旁压试验、静力触探试验、隧道施工、井筒、沉桩等问题的应力应变分析。目前, 圆孔扩张理论

的研究主要涉及土体本构模型、排水条件、土体的大小变形、土体的剪胀性和应变软化特性等方面, 不同条件下得到的圆孔扩张解答也各不相同^[3-14]。传统的圆孔扩张理论都假定土体是均质、各向同性的且初始应力各向同性。实际工程中, 由于沉积环境和固结环境变化导致土体初始应力是各向异性的, 因此传统圆孔扩张理论的解答的适用性有待研究。Au 等^[15]研究表明, 孔口形状与土体的超固结比密切相关, 超固结土圆孔扩张后孔口形状不再是圆形。Xia 等^[16]分析了满足 Mohr-Coulomb 屈服准

则的纯黏性材料在不同初始应力条件下的圆柱孔扩张问题。章定文^[17]在前者研究的基础上,分析了粘性摩擦材料中各向异性初始应力条件下的圆柱孔扩张问题。但是他们均没有分析初始应力各向异性时孔口形状对圆孔扩张的影响。

根据圆孔扩张的边界条件,圆孔扩张可分为两种类型:位移控制边界条件的圆孔扩张和压力控制边界条件的圆孔扩张^[15],如图1所示。压力控制边界条件的圆孔扩张理论中,扩孔压力仅仅是时间的函数,其空间分布是均匀的,扩孔过程中圆孔形状的改变对孔内压力的大小没有影响,如压力灌浆,压力测试、爆炸等问题。位移控制的圆孔扩张理论假定圆孔形状在扩张前后均为圆形,目前几乎所有的圆孔扩张解答都是基于此类前提下推得的。位移控制的圆孔扩张理论为旁压试验、静力触探试验、沉桩等问题提供了合适的解答,但是在解决初始应力各向异性状态时以压力控制边界的圆孔扩张问题时,其适用性得到了限制。

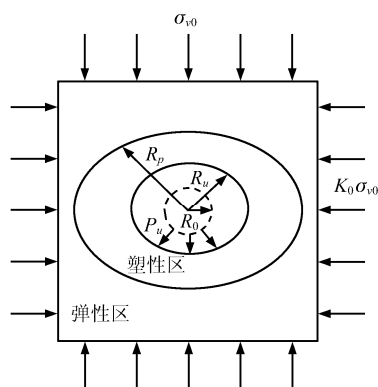


图1 圆孔扩张分析示意图
Fig.1 Sketch of cavity expansion analysis

本文在前人研究圆孔扩张理论成果的基础上,借助FLAC有限差分程序,建立二维轴对称压力控制圆孔扩张模型,对初始应力各项异性条件下圆孔扩张以及土体的不排水响应进行模拟,下文将对数值模拟模型、基本假定和主要计算结果等细节进行详细介绍。

2 数值分析模型与计算方案

2.1 数值分析模型

2.1.1 模型建立

假定地表以下深度 h 处有一圆孔,初始孔径为 R_0 ,土体完全饱和,地下水位线位于地表,圆孔扩张以压力控制边界,如图1所示。为了建立一个合

理的数值分析模型,针对研究的情况,本文假设:①土体为均匀、各向同性的弹塑性材料,土体服从Mohr-Coulomb屈服准则;②视为轴对称问题来处理,也就是当作平面应变问题来处理,如图2所示,可取1/4圆区域计算;③孔扩张过程为准静态过程;④在土体扩孔过程中,土体服从小变形理论;⑤圆孔扩张过程为不排水过程。

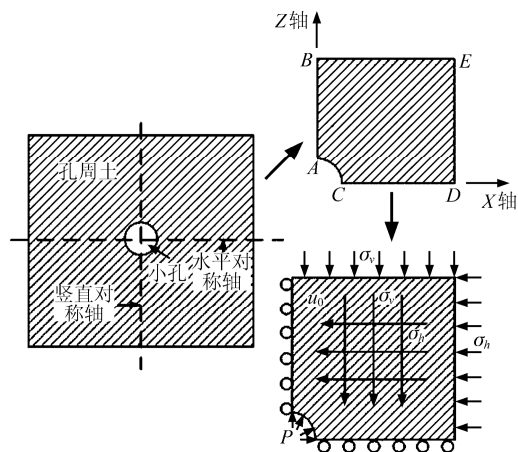


图2 数值计算模型示意图
Fig.2 Sketch of numerical model

数值模型本构模型为Mohr-Coulomb模型。根据对称性,模型边界条件为 AB 边水平方向固定, CD 边竖直方向固定,如图2所示。模型的外边界为应力控制边界,边界距离小孔中心的距离为50倍孔径;忽略模型内部的自重应力梯度和初始静孔压力梯度。模型内部初始应力状态和外边界上初始应力值等于圆孔所处深度的初始应力,计算公式为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{v0} &= \gamma h \\ \sigma_{h0} &= K_0 \sigma_{v0} = K_0 \gamma h \\ u_0 &= \gamma_w h \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: γ 、 γ_w 分别为土和水的重度(kN/m^3); h 为圆孔中心所在的深度(m); K_0 为侧向土压力系数; σ_{v0} 和 σ_{h0} 分别为竖向初始应力和水平初始应力(kPa); u_0 为静水压力(kPa)。

2.1.2 模型的验证

为了分析模型的可靠性,利用Vesic关于圆柱孔扩张问题的解析解验证数值模型计算结果正确性^[1,18]。假设深度4.0 m处有一初始半径 R_0 为10 mm圆柱孔在内压力作用下扩张。土体重度为 18 kN/m^3 ,初始应力为72 kPa,土体弹性模量为5.0 MPa,泊松比为0.499,黏聚力为36 kPa,内摩擦角为14.5°,圆

孔扩张压力 P 为 216 kPa, 不考虑孔隙水压力影响。为简化计算, 本算例中直接取塑性区平均体积应变 $\Delta=0.01$, 计算结果如图 3 所示。由图 3 可知, 数值模拟得到的孔周应力的解答与位移控制下的圆孔扩张的 Veisc 解析解非常接近, 略有差别, 这种差异主要由于假设塑性区平均体积应变等于某一常数造成。由对比结果可知, 该数值分析模型能够准确反映圆孔扩张过程中土体的应力应变情况, 因此可以采用此模型分析压力控制圆孔扩张过程的土体的响应。

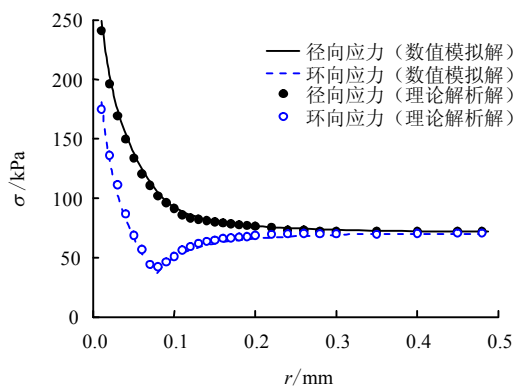


图 3 模型计算结果验证

Fig.3 Comparison between numerically simulated results and analytical solutions

2.2 压力控制圆孔扩张数值分析计算方案

为分析压力控制圆孔扩张过程土体的响应, 假设深度 4.0 m 处有一初始半径为 10 mm 圆柱孔在内压力作用下扩张。数值模型中土体采用采用 Mohr-Coulomb 模型, 所选用参数根据室内试验取得, 见表 1。土体竖向初始应力和水平向初始应力由式 (1) 确定。

表 1 饱和软黏土计算参数表
Table 1 Parameters for saturated clay

密度/(kg/m ³)	弹性模量/MPa	泊松比	黏聚力/kPa
1 800	5.0	0.499	36

采用 K_0 衡量初始应力水平各项异性情况, 以此分析初始应力各向异性对圆孔扩张响应的影响。一般情况下, 正常固结黏土侧向土压力系数 K_0 小于 1.0, 超固结粘土的侧向土压力系数 K_0 可能大于 1.0。 K_0 常通过室内试验获得, 也可采用经验公式确定, 本文 K_0 取值见表 2。孔内扩张压力 P_i 是瞬时加载的, 取值范围为 $(1 \sim 4.0)\sigma_{v0}$, 具体计算方案见表 2。

表 2 计算方案

Table 2 Scheme for simulation

编号	K_0	P_i/kPa
1	0.70	$(1.0 \sim 4.0)\sigma_{v0}$
2	0.85	
3	1.00	
4	1.15	
5	1.30	

3 计算结果与讨论

3.1 孔口形状分析

在圆孔扩张过程中, 监测圆孔 AC 圆弧上各点位移, 得到了扩张前后孔口形状, 如图 4 所示。由图 4 可知, $K_0=1.0$ 时, 即初始应力各向同性, 压力控制的圆孔扩张后的孔口形状为圆形, 与位移控制圆孔扩张结果一致; 当 $K_0 \neq 1.0$ 时, 压力控制的圆孔扩张后孔口形状不再是圆形, 近似为椭圆形。 $K_0 < 1.0$ 时, 椭圆的主轴位于竖直方向; $K_0 > 1$ 时, 椭圆的主轴位于水平方向。在相同扩张压力下, 随着 K_0 增大, 孔口形状变化变小。

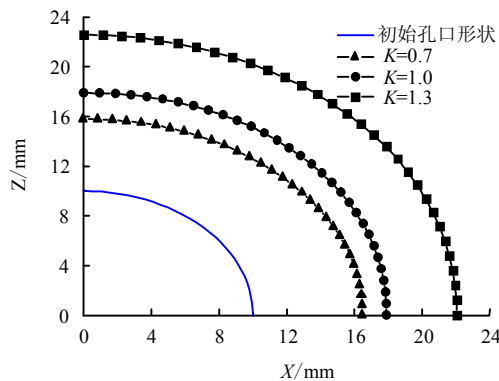


图 4 不同 K_0 时孔口形状 ($P_i/\sigma_{v0}=3.5$)

Fig.4 Cavity shapes during cavity expansion ($P_i/\sigma_{v0}=3.5$)

图 5 为扩张压力为 $3.5\sigma_{v0}$ 时不同 K_0 情况下 AB 轴和 CD 轴上各点的径向位移。由图可知, 当 $K_0 \neq 1.0$ 时, 压力控制的圆孔扩张使得 AB 轴与 CD 轴上位移有明显的差别, 且在距圆孔中心 100 mm 范围内差别较大。

为了衡量初始应力各向异性时压力控制圆孔扩张的水平与竖直方向位移差异程度, 本文借鉴文献[15]中参数 CAR (cavity aspect ratio), 其意义与其略有不同, 定义为

$$CAR = \Delta Z / \Delta X \quad (2)$$

式中: ΔX 为圆孔 C 点水平方向的位移; ΔZ 为圆孔 A 点竖直方向的位移。

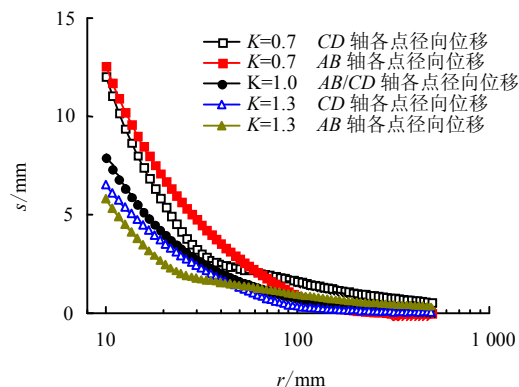


图5 不同 K_0 时圆孔扩张位移分布 ($P_i/\sigma_{v0}=3.5$)
Fig.5 The displacement distribution ($P_i/\sigma_{v0}=3.5$)

图6为不同 K_0 时系数 CAR 随 P_i/σ_{v0} 变化关系曲线。由图可知, CAR 变化规律为: ①当孔内扩张压力较小 ($P_i/\sigma_{v0} < 2.0$) 时, CAR 变化很大, 孔在初始小主应力方向 ($K_0 < 1.0$ 时为水平方向, $K_0 > 1$ 时为竖直方向) 时扩张程度较大。这主要是因为扩张压力相对于初始应力过小, 使得在初始大主应力方向位移几乎趋于 0, 从而使得 CAR 计算出现极大的变化。②当孔内压力较大 ($2.0 \leq P_i/\sigma_{v0} \leq 4.0$) 时, 圆孔在初始大主应力方向 ($K_0 < 1$ 时为竖直方向, $K_0 > 1$ 时为水平方向) 上扩张程度大于在初始小主应力方向上的扩张, 并且 K_0 值越大, 扩张的差异越大。在本文的计算范围内, 差距最大达 50%。③当孔内压力特别大时 ($P_i/\sigma_{v0} > 4.0$), 扩张的不对称程度会逐渐变小, 这是因为孔内压力已使孔周土体完全屈服, 土孔在各方向上都产生了较大的位移, 相对较大的扩张压力而言, 初始应力场对孔周土体变形的限制已经减弱, 但在大主应力方向上的扩张程度始终较大。

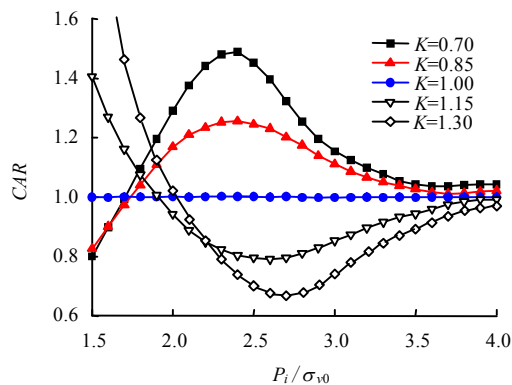


图6 不同 K_0 时 CAR 与 P_i/σ_{v0} 的关系
Fig.6 Relationships between CAR and P_i/σ_{v0}

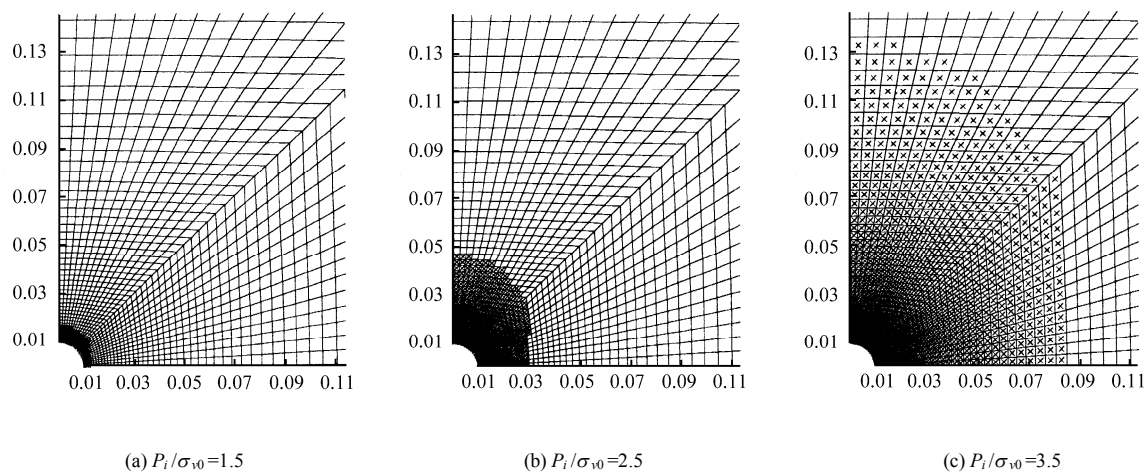
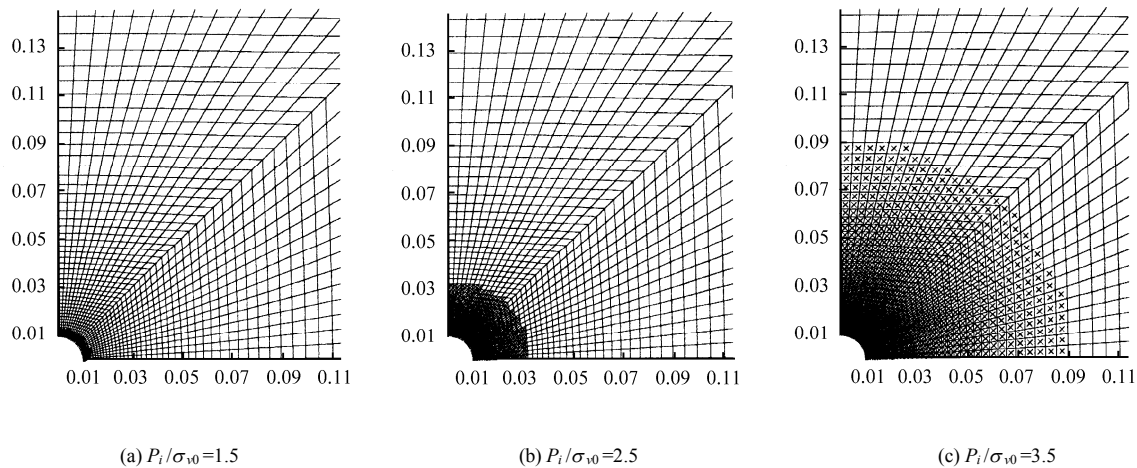
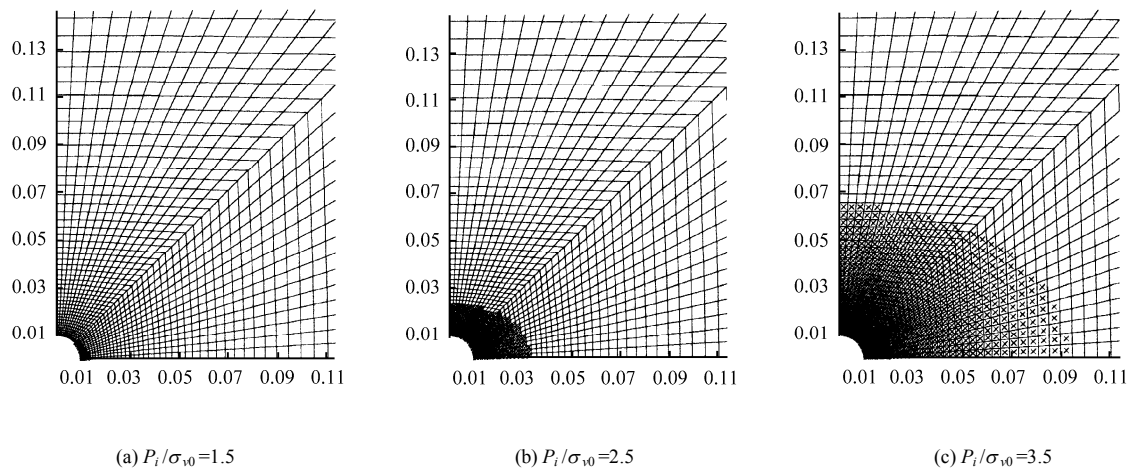
3.2 塑性区的分布特点

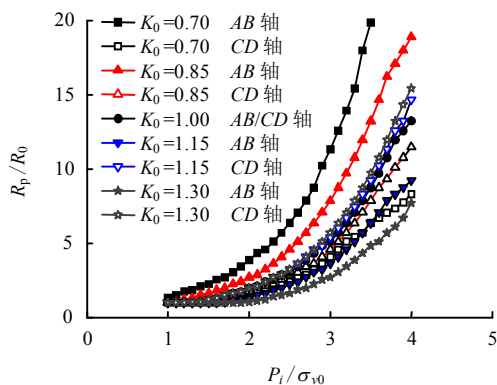
利用圆孔扩张理论分析实际工程问题时一个

重要的分析指标就是塑性区, 这关系到土体的状态, 与工程安全密切相关, 因此对压力控制的圆孔扩张塑性区的特征进行分析。图7~9为不同 K_0 时不同扩张压力情况下塑性区的分布, 由图可知, 随着扩张压力的增大, 塑性区范围增大。初始应力各向异性时 ($K_0 \neq 1.0$), 塑性区的分布具有明显的方向性, 并且这种方向性随着扩张压力的增大而越明显; 当 $K_0 < 1$ 时, 竖直方向的屈服范围大于水平方向的屈服范围; $K_0 = 1$ 时, 各方向塑性区范围相同; $K_0 > 1$ 时, 水平方向的屈服范围大于竖直方向的屈服范围。

图10为不同 K_0 条件下塑性区半径 R_p 与内压力 P_i 的关系。由图可知, ①随着扩张压力的增大, 塑性区范围急剧增大; 初始应力各向异性时, 塑性区的分布具有明显的方向性, 并且这种方向性随着扩张压力的增大而越明显; ②当 $K_0 < 1$ 时, 竖直方向 (AB 轴) 的屈服范围大于水平方向 (CD 轴) 的屈服范围; $K_0 = 1$ 时, 各方向塑性区范围相同; $K_0 > 1$ 时, 塑性区则主要在水平方向 (CD 轴) 上扩展, 因此可得出, 当初始应力各向异性时, 塑性区主要在孔周初始大主应力方向上扩展; ③在相同的内压力作用下, $K_0 \neq 1.0$ 时圆柱孔扩张形成的最大塑性区半径比 $K_0 = 1.0$ 时大。特别是 $K_0 < 1.0$ 的情况下, 当 P_i/σ_{v0} 大于 2.0 时, 两者的塑性区半径差异很明显。因此传统的初始等应力条件下位移控制的圆孔扩张理论用于分析各向异性初始应力 ($K_0 \neq 1.0$) 的工程是偏于不安全的。

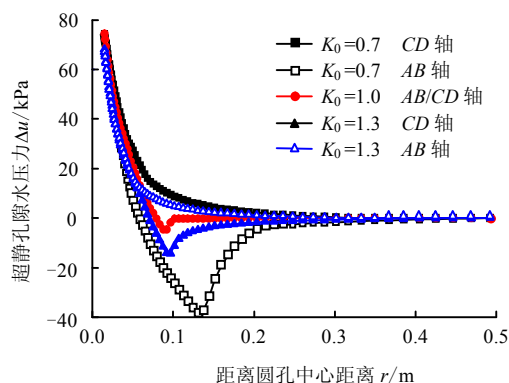
利用 Mohr-Coulomb 的屈服准则分析其分布特点。当 $K_0 < 1.0$ 时, 在孔内扩张压力作用下孔周围土体的径向有效应力会增大, 而环向有效应力会减小。对于 A 点而言, 孔内扩张压力会使主应力之间的差值进一步增大直至破坏, 而 C 点在较小的孔内压力作用下首先会发生大小主应力互换, 在孔内压力进一步变大时, C 点的应力状态才会达到屈服标准。由此可知, 在相同扩张压力时, A 点大小主应力之差大于 C 点处, 因此孔口的上顶点 A 处先于 C 点达到破坏状态, 竖直方向的扩张大于水平方向的扩张。当 $K_0 > 1.0$ 时, 结果恰好相反, A 点的主应力差始终小于 C 点的主应力差, 因此 C 点将先于 A 点发生屈服。综上所述, 孔周的初始屈服是在孔壁上处于初始的大主应力方向上的点开始产生的。当 $K_0 = 1.0$ 时, A 点与 C 点的有效主应力差变化始终是一致的, 因此塑性区各向一致。

图 7 $K_0=0.85$ 时不同扩张压力作用下塑性区范围Fig.7 Development of the plastic zone with increasing pressures during $K_0=0.85$ 图 8 $K_0=1.0$ 时不同扩张压力作用下塑性区范围Fig.8 Development of the plastic zone with increasing pressures during $K_0=1.0$ 图 9 $K_0=1.15$ 时不同扩张压力作用下塑性区范围Fig.9 Development of the plastic zone with increasing pressures during $K_0=1.15$

图 10 不同 K_0 时 R_p/R_0 塑性区范围与 P_i/σ_{v0} 变化关系Fig.10 Relationships between R_p/R_0 and P_i/σ_{v0}

3.3 孔周超静孔压力分布规律及影响范围

圆孔扩张过程中, 由于孔内压力增大使得孔周土体产生超静孔压力, 图 11 为 $P_i/\sigma_{v0}=3.5$ 时不同 K_0 时超静孔压力的分布。由图可知, 当 $K_0 \neq 1.0$ 时, 压力控制的圆孔扩张超静孔压力沿水平方向和竖直方向分布规律是不一致的; 当 $K_0 > 1$ 时, 在水平方向 (CD 轴) 出现负超静孔压; 当 $K_0 < 1.0$ 时, 竖直方向 (AB 轴) 出现负超静孔压, 且较其他情况下明显。

图 11 不同 K_0 时超静孔压力分布 ($P_i/\sigma_{v0}=3.5$)Fig.11 Distribution of excess pore water pressures ($P_i/\sigma_{v0}=3.5$)

为分析扩张压力的影响范围, 本文定义单元的超静孔压力值超过初始竖向应力的 1% 时为超静孔压力影响范围。则圆孔扩张引起的超静孔压力影响范围分布如图 12 所示。由图可知, ①随着扩张压力的增大, 圆孔扩张引起的超静孔压力影响范围分布逐渐增大; ②初始应力各向异性时 ($K_0 \neq 1.0$), 圆孔扩张引起的超静孔压力影响范围具有明显的方向性, 并且这种方向性随着扩张压力的增大而越明显; 当 $K_0 < 1.0$ 时, 扩张压力在水

平方向 (CD 轴) 影响范围小于竖直方向 (AB 轴); $K_0 > 1.0$ 时, 则相反; ③在相同的扩张压力作用下, 初始等应力条件下 ($K_0=1.0$) 的圆柱孔扩张的影响范围最小。 $K_0 < 1.0$ 或 $K_0 > 1.0$ 时, 初始非等应力条件下的扩张压力影响范围均大于初始等应力条件下的影响范围。因此传统的初始等应力条件下位移控制的圆孔扩张理论用于分析各向异性初始应力 ($K_0 \neq 1.0$) 的工程, 如分析粉喷桩施工搅动、注浆影响范围等是不准确的。

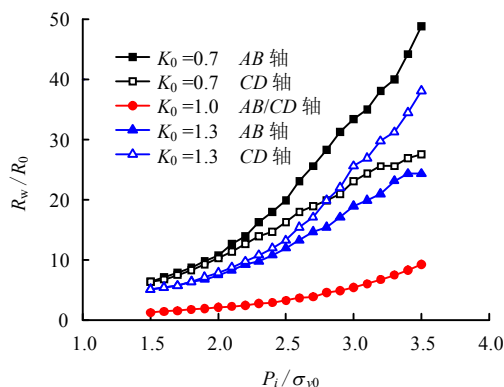
图 12 不同 K_0 时超静孔压力的影响范围

Fig.12 Ranges of different initial stress conditions affected by excess pore water pressures

4 结 论

(1) 初始应力各向异性时, 压力控制的圆孔扩张后孔口形状不再是圆形, 近似为椭圆形; 圆孔在初始大主应力方向上扩张程度最大, 在初始小主应力方向上扩张程度最小。

(2) 初始应力各向异性时, 塑性区的分布具有明显的方向性, 并且这种方向性随着扩张压力的增大而越明显; 当初始应力各向异性时, 塑性区主要在孔周初始大主应力方向上扩展。孔口土的屈服不是同步的, 当 $K_0 < 1$ 时, 圆孔上部的土体首先达到屈服状态; 当 $K_0 > 1$ 时, 孔周水平方向上的土体最先产生屈服。

(3) 从圆孔扩张引起的超静孔压力影响范围来看, 扩张压力在初始大主应力方向上影响范围最大, 初始小主应力上影响范围最小。

(4) 在相同的扩张压力作用下, $K_0 \neq 1.0$ 情况下圆柱孔扩张形成的最大塑性区半径比 $K_0=1.0$ 时大, 且 $K_0=1.0$ 时圆孔引起的超静孔压力影响范围最小, 因此传统的初始等应力条件下位移控制的圆孔扩张理论用于分析各向异性初始应力 ($K_0 \neq 1.0$) 的工程中是偏于不安全的。

参考文献

- [1] YU H S. Cavity expansion methods in geomechanics[M]. AH Dordrecht: Kluwer Academic, 2000: 16—18.
- [2] VESIC A S. Expansion of cavities in infinite soil mass[J]. **Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE**, 1972, 98(SM3): 265—290.
- [3] CARTER J P, BOOKER J R, YEUNG S K. Cavity expansion in cohesive frictional soils[J]. **Geotechnique**, 1986, 36(3): 349—358.
- [4] YU H S, HOULSBY G T. Finite cavity expansion in dilatant soil: loading analysis[J]. **Geotechnique**, 1991, 41(2): 173—183.
- [5] COLLINS I F, STIMPSON J R. Similarity solutions for drained and undrained cavity expansions in soils[J]. **Geotechnique**, 1994, 44(1): 21—34.
- [6] CAO L F, TEH C I, CHANG M F. Undrained cavity expansion in modified Cam clay I: Theoretical analysis[J]. **Geotechnique**, 2001, 51(4): 323—334.
- [7] CAO L F, TEH C I, CHANG M F. Analysis of undrained cavity expansion in elastic-plastic soils with nonlinear elasticity[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2002, 26(1): 25—52.
- [8] 龚晓南, 王启铜, 罗晓. 拉压模量不同材料的圆孔扩张问题[J]. 应用力学学报, 1994, 11(4): 127—132.
GONG Xiao-nan, WANG Qi-tong, LUO Xiao. Expansion of a circular hole in an infinite medium with different moduli in tension and compression[J]. **Chinese Journal of Applied Mechanics**, 1994, 11(4): 127—132.
- [9] 蒋明镜, 沈珠江. 考虑材料应变软化的柱形孔扩张问题[J]. 岩土工程学报, 1995, 17(4): 10—19.
JIANG Ming-jing, SHEN Zhu-jiang. Expansion of cylindrical cavity of materials with strain-softening behavior[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1995, 17(4): 10—19.
- [10] 肖昭然, 张昭, 杜明芳. 饱和土体小孔扩张问题的弹塑性解析解[J]. 岩土力学, 2004, 25(9): 1373—1378.
XIAO Zhao-ran, ZHANG Zhao, DU Ming-fang. An elastoplastic closed-form approach of cavity expansion in saturated soil based on modified Cam clay model[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2004, 25(9): 1373—1378.
- [11] 栾茂田, 李波. 基于广义 SMP 破坏准则的柱形孔扩张问题理论分析[J]. 岩土力学, 2006, 27(12): 2105—2110.
LUAN Mao-tian, LI Bo. Theoretical analysis of cylindrical cavity expansion based on extended SMP criterion[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2006, 27(12): 2105—2110.
- [12] 罗战友, 夏建中, 龚晓南. 不同拉压模量及软化特性材料的球形孔扩张问题的统一解[J]. 工程力学, 2006, 23(4): 22—27.
LUO Zhan-you, XIA Jian-zhong, GONG Xiao-nan. Unified solution for the expansion of spherical cavity in strain-softening materials with different elastic moduli in tension and compression[J]. **Engineering Mechanics**, 2006, 23(4): 22—27.
- [13] 邹金锋, 罗恒, 彭建国, 等. 应变软化土体扩孔问题的大变形解析[J]. 中国公路学报, 2009, 22(7): 20—27.
ZOU Jin-feng, LUO Heng, PENG Jian-guo, et al. Large-deformation analysis for cavity expansion in strain-softening soil[J]. **China Journal of Highway and Transport**, 2009, 22(4): 20—27.
- [14] 蔡春明, 莫斌, 聂春龙, 等. 饱和土体柱形扩孔时大变形不排水统一解析解[J]. 岩石力学与工程学报, 2009, 28(4): 827—833.
QI Chun-ming, MO Bin, NIE Chun-long, et al. Unified analytical solutions for cylindrical cavity expansion in saturated soil under large deformation and undrained conditions[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2009, 28(4): 827—833.
- [15] AU S K A, YEUNG A T, SOGA K. Pressure-controlled cavity expansion in clay[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2006, 43(7): 714—725.
- [16] XIA H W, MOORE I D. Estimation of maximum mud pressure in purely cohesive material during directional drilling[J]. **Geomechanics and Geoengineering**, 2006, 1(1): 3—11.
- [17] 章定文, 刘松玉, 顾沉颖. 各向异性初始应力状态下的圆柱孔扩张理论弹塑性分析[J]. 岩土力学, 2009, 30(6): 1631—1634.
ZHANG Ding-wen, LIU Song-yu, GU Chen-ying. Elastoplastic analysis of cylindrical cavity expansion with anisotropic initial stress[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2009, 30(6): 1631—1634.
- [18] 龚晓南. 土塑性力学[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 1997: 44—46.